



17 a 21 de Mayo de 2004
Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de Cuyo.
Mendoza. Argentina.

Jornadas Sud-Americanas de Ingeniería Estructural

ENSAIO BRASILEIRO: CARACTERIZAÇÃO ESTATÍSTICA DE DUAS SÉRIES EXPERIMENTAIS EM ARGAMASSAS

Ferreira, I. A., Doutorando, COPPE/UFRJ

Gonçalves, J. P., Doutorando, COPPE/UFRJ, Brasil

Fairbairn, E. M. R., Professor, COPPE/UFRJ, Brasil

Toledo Filho, R. D., Professor, COPPE/UFRJ, Brasil

Ponson, L. R., Doutorando, ENPC, França

Ribeiro, F. L. B., Professor, COPPE/UFRJ, Brasil

RESUMO

O efeito de escala pode ser definido através da redução da tensão resistente em uma estrutura geometricamente similar a uma outra menor que ela. As estruturas de concreto modeladas por teorias (determinísticas) como análise elástica com tensões admissíveis ou análise plástica com superfícies limite de tensões ou de deformações, não exibem efeitos de escala. Por um outro lado, estas estruturas quando modeladas pela mecânica da fratura linear-elástica exibem um forte efeito de escala. Soluções intermediárias têm sido propostas, como a lei de efeito escala de Bazant que engloba toda uma gama de tamanhos. Dentre as possíveis causas do efeito de escala, uma delas é a aleatoriedade das falhas iniciais na estrutura (fissuras e microfissuras) que pode ser estatisticamente caracterizada pela distribuição de probabilidade de resistências. Diversos tipos de distribuições têm sido utilizados para concretos, argamassas e pastas, sendo que a distribuição de Weibull introduzida em um modelo que corresponde à ruptura do elo mais fraco de uma corrente, exhibe efeito de escala que corresponde, grosso modo, ao fato de que quanto maior a corrente maior será a probabilidade de ruptura. A discussão sobre a pertinência e acurácia dos diversos modelos recai sobre a caracterização estatística das resistências à tração nos materiais quase frágeis como os materiais cimentícios. Visto a ausência na literatura de extensivos dados que permitam conclusões sobre tais distribuições de eventos extremos em argamassas e concretos, no presente trabalho estudou-se experimentalmente duas séries de corpos de prova (CP's) cilíndricos submetidos ao ensaio brasileiro em dois tipos de argamassas. Cada série é composta de cerca de 160 CP's iguais entre si. As duas séries utilizaram areia com granulometria monodispersa, divergindo apenas pelo diâmetro da areia utilizada. Os resultados apresentados no presente artigo correspondem então à identificação da distribuição das resistências nominais à tração.

Introdução

O efeito de escala é reportado pelo menos desde 1926 com o trabalho de Peirce [1] em cabos, com a teoria do elo mais fraco. Em 1939, Weibull [2] cunhou uma função de distribuição de probabilidade a partir desta teoria. Esta função tem a propriedade de alterar o valor de sua média e de seu desvio padrão ao variar um parâmetro que representa a dimensão geométrica da estrutura. Esta propriedade é muito desejável na representação estatística do efeito de escala. O tratamento deste fenômeno associado ao material concreto teve impulso com as teorias que consideram uma energia de fissuração, e.g. a mecânica da fratura elástica linear (Bazant e Planas [3]). Esta abordagem compreende apenas aspectos puramente mecânicos e geométricos, sem vislumbrar diretamente o caráter estocástico da composição mineralógica e falhas existentes no material. Além da variabilidade espacial da composição do material e da conseqüente distribuição espacial de defeitos, como microfissuras, intrínsecos ao material cimentício, pode haver um acréscimo desta variabilidade e da quantidade de defeitos numa estrutura acarretado pelo nível de controle empregado na execução da estrutura. Tal controle diz respeito à homogeneidade do material entre os diferentes espécimens de um programa experimental. Esta homogeneidade é afetada por fatores que vão desde os materiais utilizados até o processo de produção aplicado a cada espécimen. Maiores detalhes sobre este problema são dados no item Quadro Teórico.

A intenção básica deste trabalho é caracterizar estatisticamente a resistência à tração de um material cimentício, em uma dimensão de referência. Para tanto, utilizamos um procedimento experimental que vem sendo aprimorado no Laboratório de Estruturas da COPPE/UFRJ, uma variação do ensaio brasileiro com a utilização de discos em vez de cilindros, o que proporciona vantagens econômicas e técnicas, como detalhado no item Programa Experimental. Em seguida, procede-se à caracterização e à análise estatística dos ensaios realizados. O valor de cerca de 160 espécimens foi determinado pela necessidade de máxima homogeneidade possível entre as amostras e a capacidade do equipamento de mistura utilizado, sendo que todos os corpos de prova foram produzidos da mesma mistura.

Quadro Teórico

Peirce [1] formulou o problema estatístico do elo mais fraco na forma discreta, que pode ser colocado da seguinte forma: o esforço máximo a que resiste uma corrente correspondente à carga de ruína do elo mais fraco desta corrente (ver Figura 1).



Figura 1. Modelo discreto unidimensional do elo mais fraco

A teoria estatística de Weibull parte deste modelo físico. Assim sendo, cada elo i na cadeia obedece à mesma função de distribuição de probabilidade de resistência $f(P_u)$. A chance de ruína de um elo i sob uma carga P_t é $F_i(P_t)$, dada pela equação que é a probabilidade de que a resistência do elo seja menor que P_t .

$$F_i(P_t) = F(P_u < P_t) = \int_0^{P_t} f(P_u) dP_u \quad (1)$$

A probabilidade de sobrevivência do elo i é simplesmente o complemento $(1 - F_i(P_t))$. A probabilidade de sobrevivência da cadeia inteira é então

$$P_s(P_t) = 1 - P_f(P_t) = \prod_{i=1}^N (1 - F_i(P_t)) \quad (2)$$

onde P_f é a probabilidade de falha da cadeia e N é o número de elos. De (2) temos

$$1 - P_f(P_t) = (1 - F_i(P_t))^N \quad (3)$$

dado que todos os $F_i(P_t)$ são iguais. Aplicando logaritmo natural à equação e usando a simplificação $\ln(1 - F_i(P_t)) = -F_i(P_t)$, pode-se escrever [3]:

$$P_f(P_t) = 1 - \exp(-N \cdot F(P_t)) \quad (4)$$

A equação acima mostra a dependência da probabilidade de falha da cadeia com o número de elos. A noção discreta de elo pode ser generalizada para um contínuo. Pode-se então considerar um Volume Elementar Representativo (VER), descrito por Bazant [3] como o volume de um pequeno espécimen de ensaio experimental quando o material não tem uma escala de tamanho intrínseca. O VER deve ser tomado igual à escala de tamanho intrínseca se esta existir – o que é o caso para concreto. Pode-se conceber esta *escala de tamanho intrínseca* como o menor volume para o qual o material respeitará uma distribuição de probabilidade de resistência proposta. Usando este conceito contínuo de VER como generalização para o conceito discreto de elo, a equação (4) pode ser reescrita como:

$$P_f(\sigma_t) = 1 - \exp\left(-\frac{V}{V_r} \cdot F(\sigma_t)\right) \quad (5)$$

onde a força P_t foi substituída pela tenção σ_t .

A Distribuição de Weibull

O quociente $F(\sigma_t)/V_r$ em (5) é chamado por Bazant [3] de função de concentração $c(\sigma)$, que pode ser visto como a densidade espacial de probabilidade de falha. Weibull propôs a seguinte fórmula empírica para esta função

$$c(\sigma) = \frac{1}{V_0} \left\langle \frac{\sigma - \sigma_1}{\sigma_0} \right\rangle^m \quad (6)$$

Em (6), σ_1 é o limite de resistência, abaixo do qual há probabilidade zero de falha, σ_0 é um parâmetro de escala, V_0 é um volume de referência, e m o módulo de Weibull. Com esta função de concentração, se utilizarmos $\sigma_1 = 0$, temos a probabilidade *acumulada* de resistência como:

$$P_f(\sigma, V) = 1 - \exp\left(-\frac{V}{V_0} \left\langle \frac{\sigma}{\sigma_0} \right\rangle^m\right) \quad (7)$$

com média

$$\bar{\sigma}_u = \sigma_0 \left(\frac{V_0}{V}\right)^{\frac{1}{m}} \Gamma\left(1 + \frac{1}{m}\right) \quad (8)$$

e variância

$$s^2 = \bar{\sigma}_u^2 \cdot \left(\frac{\Gamma\left(1 + \frac{2}{m}\right)}{\Gamma^2\left(1 + \frac{1}{m}\right)} - 1 \right) \quad (9)$$

Portanto a média e a variância dependem dos parâmetros m , σ_0 e do fator de escala (V/V_0). De modo geral, um aumento do fator de escala V/V_0 implica em diminuição da média e da variância, o que corresponde exatamente à tendência real do comportamento do concreto.

Programa Experimental

A caracterização estatística de um material requer que se excluam do experimento, o máximo possível, características não intrínsecas do material. Em uma campanha experimental extensa é necessário garantir que todos os espécimens testados sejam constituídos do mesmo material e que todos sejam submetidos às mesmas condições de teste. Por outro lado, o concreto é um material poroso, quimicamente ativo, exotérmico, termicamente ativado e heterogêneo sob diversas escalas de observação. Portanto, garantir estas condições é tarefa que requer conhecimento e controle das variáveis citadas. Por isso, cuidados foram tomados para assegurar que as heterogeneidades observadas experimentalmente correspondessem a heterogeneidades intrínsecas do material e não a efeitos introduzidos por procedimentos de confecção, cura ou ensaio das amostras.

O cimento portland utilizado foi o CP II F 32 e suas propriedades são apresentadas na Tabela 1. A análise granulométrica do cimento foi realizada utilizando-se o equipamento Sedigraph 5100 da Micromeritics. A curva granulométrica é mostrada na Figura 2.

Tabela 1. Propriedades físicas e químicas do cimento

Prop. físicas e químicas	CP II F 32
SiO ₂ (%)	19.98
Fe ₂ O ₃ (%)	3.12
Al ₂ O ₃ (%)	3.70
CaO (%)	62.80
MgO (%)	3.10
Na ₂ O (%)	0.07
K ₂ O (%)	0.80
TiO ₂ (%)	-
Resíduo insolúvel (%)	1.50
Densidade (g/cm ³)	3,10

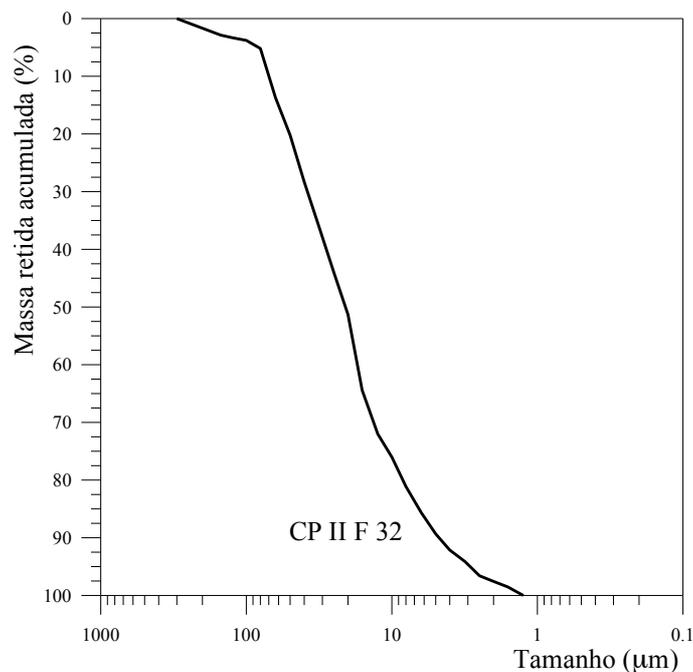


Figura 2. Curva granulométrica do cimento

Dois misturas foram produzidas neste estudo. As relações g/c (agregado miúdo natural/cimento) e a/c (água/cimento) para as misturas foram mantidas constantes em 1,5 e 0,4, respectivamente. O agregado miúdo utilizado na produção das argamassas foi uma areia quartzosa de rio com massa específica de $2,67 \text{ g/cm}^3$, produzida pelo Instituto de pesquisas Tecnológicas de São Paulo (IPT/SP), denominada de areia normal, conforme as prescrições da NBR 7214 [6]. A areia normal é dividida em quatro frações conforme a abertura nominal da peneira, como segue: fração grossa (abertura nominal de 2,4 mm a 1,2mm), média grossa (1,2 mm a 0,6mm), média fina (0,6 mm a 0,3mm) e fina (0,3 mm a 0,15mm).

A mistura (M1) foi produzida utilizando apenas a fração grossa da areia normal, enquanto a mistura (M2) foi produzida utilizando apenas a fração fina. A água utilizada para a produção das argamassas foi proveniente da concessionária de abastecimento da cidade do Rio de Janeiro/RJ. A trabalhabilidade das misturas foi avaliada através da mesa de consistência padrão e fixada em $255 \pm 10 \text{ mm}$. Para a mistura M2, o índice de consistência foi alcançado utilizando 0,5% de superplastificante a base de naftaleno sulfonado com 40% de teor de sólidos, em relação à massa de cimento. As misturas foram produzidas em um misturador com capacidade de 25 litros. O tempo de mistura foi de cinco minutos após a colocação da água. Foram moldados, para cada mistura, 60 corpos-de-prova cilíndricos de 50mm de diâmetro e 100mm de altura para serem ensaiados aos 28 dias de idade, sendo quatro corpos-de-prova para avaliação de resistência à compressão axial e cinquenta e seis para serem cortados em discos de 25 mm de espessura.

Para garantir que todos os corpos de prova tivessem o mesmo *grau de hidratação* [4,5] no momento da ruptura, foi realizada cura térmica de todos os CP's no mesmo banho térmico a temperatura controlada. Ainda assim, para evitar distorções geradas por eventuais diferentes avanços no *grau de hidratação* procurou-se assegurar que o *grau de hidratação* final da cura fosse o mais avançado possível, i.e. tendendo a 100%, o que equivale a hidratação completa. Simulações foram feitas para o cálculo do grau de hidratação [12] sob várias histórias de temperatura, com objetivo de máxima hidratação com menor risco de fissuração em menor tempo. Como resultado foi escolhida a temperatura de 40°C , durante 27 dias, com aumento e retorno gradativos da temperatura entre a ambiente e a máxima.

Os corpos-de-prova foram então desmoldados após 24 horas e imersos em água num tanque de cura térmica. A cura térmica ocorreu da seguinte forma: (i) imersão dos corpos-de-prova no tanque; (ii) aquecimento da água numa velocidade de $0,5 \text{ }^\circ\text{C}$ por minuto até a temperatura de 40°C ; (iii)

permanência dos corpos-de-prova durante 27 dias; (iv) resfriamento da água numa velocidade de 0,5 °C por minuto até a temperatura de 22°C. Um dia antes da data de ensaio, os corpos-de-prova foram retirados e cortados em discos de 25mm conforme mostra a Figura 3 (a). Os discos foram classificados em topo, meio e base para cada mistura.

Os ensaios de tração por compressão diametral foram executados numa prensa SHIMADZU de 1000kN a uma velocidade de travessão de 0,5mm/minuto. Para realização dos ensaios em discos foi desenvolvido um aparato rotulado em aço inox, que facilita o alinhamento e a transmissão da carga do prato da prensa diametralmente à amostra, conforme a Figura 3 (b).

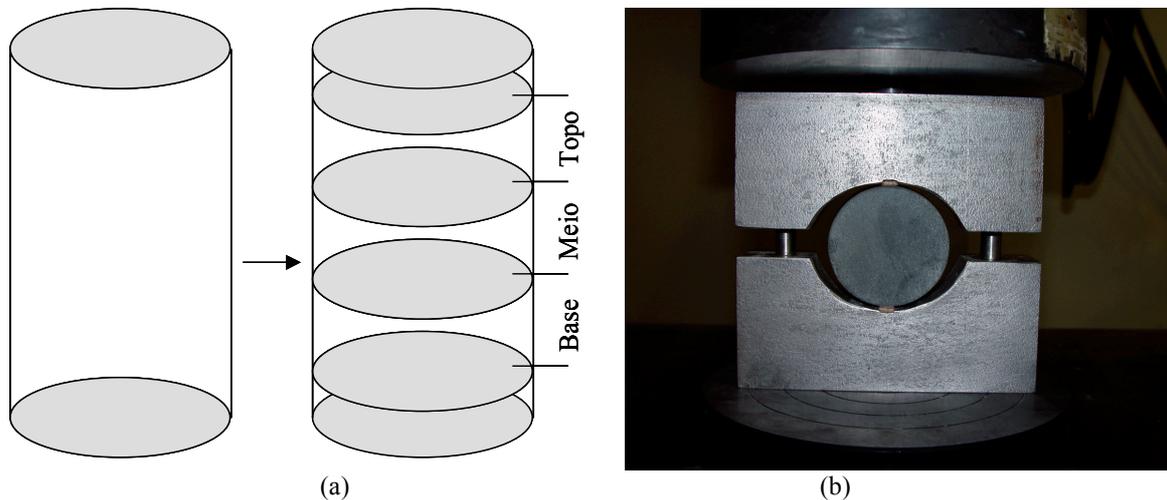


Figura 3: (a) Esquema de corte dos discos a partir do corpo de prova e (b) aparato de ajuste do disco no prensa.

Resultados e Análise

Os resultados são apresentados em forma de tensão de ruptura. Esta tensão é calculada conforme Carneiro e Barcelos [10], adaptando-se de cilindro para disco. A Tabela 2 mostra um resumo das características estatísticas correspondentes aos resultados obtidos para as duas séries testadas. A mistura 2 apresentou resistência média maior, o que pode ser explicado pela acumulação de um filme de água ao redor do agregado, mais proeminente nos agregados de maior tamanho, o que enfraquece a zona de transição pasta-agregado [9].

Tabela 2: Estatísticas amostrais de resistência.

		Média	Desvio padrão	Coef. de Var.	Mínimo	Máximo
Mistura 1	Topo	4,2826	0,2615	0,0611	3,5551	4,8485
	Meio	4,4012	0,1810	0,0411	4,0544	4,9504
	Base	4,4155	0,2826	0,0640	3,7433	4,9911
	Total	4,3664	0,2512	0,0575	3,5551	4,9911
Mistura 2	Topo	5,3701	0,3864	0,0720	4,5787	6,1665
	Meio	5,5604	0,4924	0,0886	4,2859	6,7407
	Base	5,6494	0,4000	0,0708	4,4054	6,5759
	Total	5,5267	0,4420	0,0800	4,2859	6,7407

Entre as formas de tabulação dos dados brutos para geração de representação gráfica dos mesmos em forma de distribuição de probabilidade acumulada, a mais utilizada [7, 8, e 11] é o ordenamento dos N valores de σ e o traçado da curva $(\sigma_i - 0,5)/N$ contra σ_i . A Figura 4 mostra tais curvas para as duas argamassas testadas. A curva M1 inclui os 156 testes da mistura 1, enquanto a curva M2 inclui os 165 testes da mistura 2.

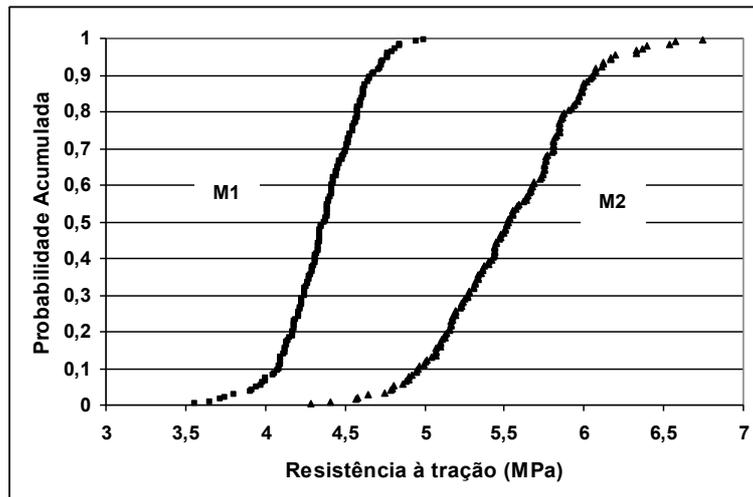


Figura 4: Probabilidade acumulada gerada pelo ordenamento de dados.

Ajuste de Parâmetros

Tomando o complemento de (7) temos a probabilidade acumulada de sobrevivência (P_s):

$$P_s(\sigma_t) = \exp\left(-\frac{V}{V_0} \cdot \left\langle \frac{\sigma_t}{\sigma_0} \right\rangle^m\right) \quad (10)$$

Aplicando duas vezes logaritmo natural e isolando o logaritmo da tensão temos:

$$\ln\left(\ln\left(\frac{1}{P_s(\sigma)}\right)\right) = m \cdot \ln(\sigma) + C \quad (11)$$

onde C é uma constante (em relação a σ) cujo valor depende dos parâmetros V/V_0 , σ_0 e m .

$$C = \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) - m \cdot \ln(\sigma_0) \quad (12)$$

Desta forma a reta que relaciona $\ln(\sigma)$ a $\ln(\ln(1/P_s(\sigma)))$ tem como coeficiente angular o Módulo de Weibull (m). Uma vez calculado m por regressão linear sobre os pontos $\ln(\ln(1/P_s(\sigma)))$ contra $\ln(\sigma)$, o parâmetro σ_0 pode ser calculado a partir de C e (12), se for atribuído um valor ao fator de escala. A Figura 5 apresenta os dados experimentais relativos às misturas 1 e 2 plotados na forma $\ln(\ln(1/P_s(\sigma)))$ contra $\ln(\sigma)$.

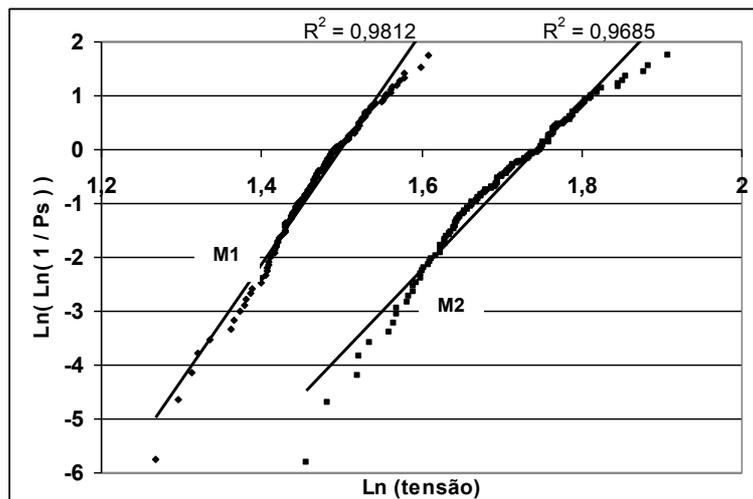


Figura 5: Ajuste do módulo de Weibull por regressão linear.

Os resultados do ajuste por regressão linear descrito acima encontram-se na Tabela 3, que mostra ainda o valor do parâmetro σ_0 correspondente a um fator de escala (V/V_0) unitário.

Tabela 3: Ajustes do módulo de Weibull.

	Mistura 1	Mistura 2
m	21,6272	15,5194
r^2	0,9812	0,9685
σ_0 , quando ($V/V_0=1$)	4,4766Mpa	5,7170Mpa

Usando agora os parâmetros acima, verificamos a adequação da distribuição de Weibull aos dados experimentais pelo coeficiente de correlação de Pearson. Os resultados são respectivamente $r^2=0,9812$ e $r^2=0,9685$. Nota-se que a maior dispersão da mistura 2 resultou em um ajuste mais pobre. Mesmo assim a correlação aponta erro menor que 5%, o que é plenamente satisfatório para um fenômeno sujeito a tantas variáveis quanto a resistência mecânica de um material cimentício.

A Figura 6 mostra a proximidade entre as curvas experimentais e a distribuição de Weibull usando os parâmetros da Tabela 3. Os coeficientes de correlação r^2 de Pearson para os dois ajustes são 0,9901 (r^2 p/ M1) e 0,9914 (r^2 p/ M2).

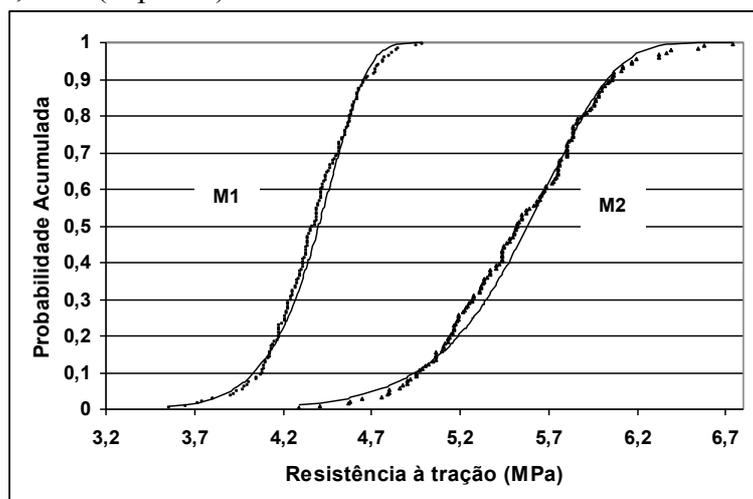


Figura 6: Ajuste da probabilidade acumulada por Weibull.

A Figura 7 mostra a proximidade entre as curvas experimentais e a distribuição de Gauss usando média e desvio padrão totais da Tabela 2. Os coeficientes de correlação r^2 de Pearson para os dois ajustes são 0,9983 (r^2 p/ M1) e 0,9954 (r^2 p/ M2).

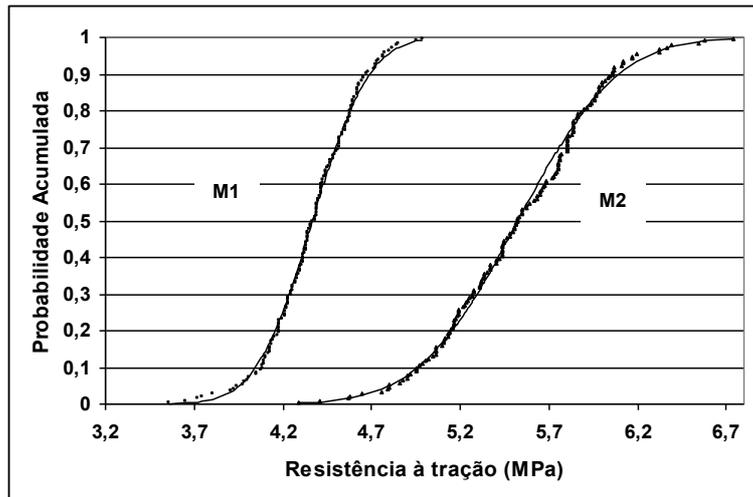


Figura 7: Ajuste da probabilidade acumulada por Gauss.

Conclusões

Apesar da distribuição Normal (Gauss) ter apresentado melhor ajuste, ela não pode ser utilizada no estudo do efeito escala, pois independe deste fator. Além disso, a distribuição de Weibull apresentou um excelente ajuste aos dados, com correlações (coeficiente de determinação de Pearson) acima de 95%.

O presente trabalho foi conduzido com o controle sugerido pelos conhecimentos atuais sobre o acoplamento termo-químico-mecânico dos materiais cimentícios, e corresponde ao registro das primeiras análises realizadas sobre os resultados experimentais gerados neste programa. Dada a quantidade de resultados disponíveis e a discriminação destes por tamanho de agregado e posição no corpo de prova (topo, meio e base), muitas análises estão sendo realizadas.

Agradecimentos

Prestamos nosso devido reconhecimento às instituições que colaboraram no financiamento deste trabalho: Fundação COPETEC, Unifor – Universidade de Fortaleza e CNPq.

Referências

- [1] PEIRCE, F. T., 1926, Tensile strength of cotton yarns – The weakest link theorems on the strength of long and composite specimens, *Journal of the Textile Institute*, vol 17, pp. 355 – 368.
- [2] WEIBULL, W, 1939 *The phenomenon of rupture in solids*, Proc. Royal Swedish Institute of Engineering Research. (Ingenioersvetenskaps Akad. Handl.) Stockholm, vol. 153, pp. 1 – 55.
- [3] BAZANT, Z. P., PLANAS, J., 1997, *FRACTURE AND SIZE EFFECT in concrete and other quasibrittle materials*, CRC Press, Boston.
- [4] FERREIRA, I. A., 1998, *Modelagem numérica do acoplamento térmico-químico-mecânico no concreto jovem*, Dissertação de mestrado da COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.
- [5] ULM, F.-J., COUSSY, O., 1996, *Strength Growth as Chemo-Plastic Hardening in Early Age Concrete*, *Journal of Engineering Mechanics (ASCE)*, v. 122, n. 12 Dezembro., pp. 1123-1132.
- [6] NBR – 7214, *Areia normal para ensaio de cimento*, ABNT, – Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro, RJ, 1982.
- [7] ABSI, J., FOURNIER, P., GLANDUS, J. C., 1999, *Influence of experimental parameters on the estimated value of Weibull's modulus*, *Journal of materials and science*, 34, pp. 1219-1227.
- [8] European Standards, *Advanced Technical Ceramics*, EN843, 1996.

- [9] MEHTA, P. K., MONTEIRO, P. J. M., 1994, *CONCRETO: estrutura, propriedades e materiais*, ed. PINI, São Paulo.
- [10] CARNEIRO, F. L., BARCELLOS, A., 1949, *Resistance a la Traction des Betons*, Int. Assoc. Test. Res. Lab. Mater. Struct. RILEM Bull. 13, 98-125.
- [11] LU, C., DANZER, R., FISCHER, F. D., 2002, *Fracture statistics of brittle materials: Weibull or normal distribution*, Physical Review E, vol. 65, 067102-1 a 4.
- [12] SILVOSO, M. M., 2003, Otimização da fase construtiva de estruturas de concreto em face dos efeitos da hidratação via algoritmos genéticos, Tese de Doutorado, COPPE/UFRJ.